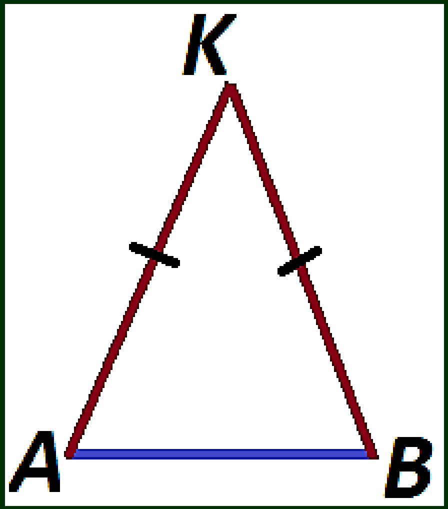
РІВНОБЕДРЕНИЙ ТРИКУТНИК, ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ ТА ОЗНАКИ

7 клас

Вчитель математики
Губська Олена Федорівна,
НВК «Гімназія-школа» № 27

Повторення матеріалу



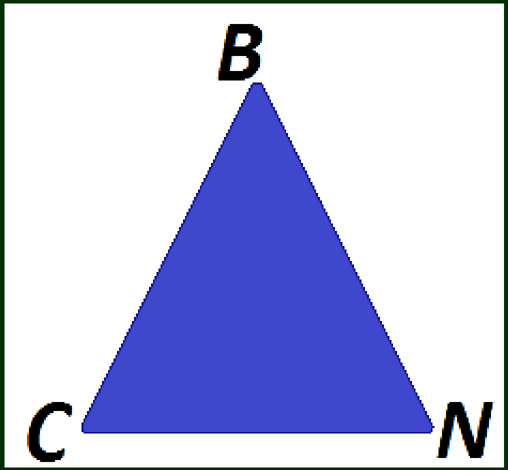
$\boldsymbol{\Delta AKB}$ – рівнобедрений

$\mathrm{A}\boldsymbol{K} = \boldsymbol{KB}$ – бічні сторони,

AB – основа,

$\angle K$ – кут при вершині

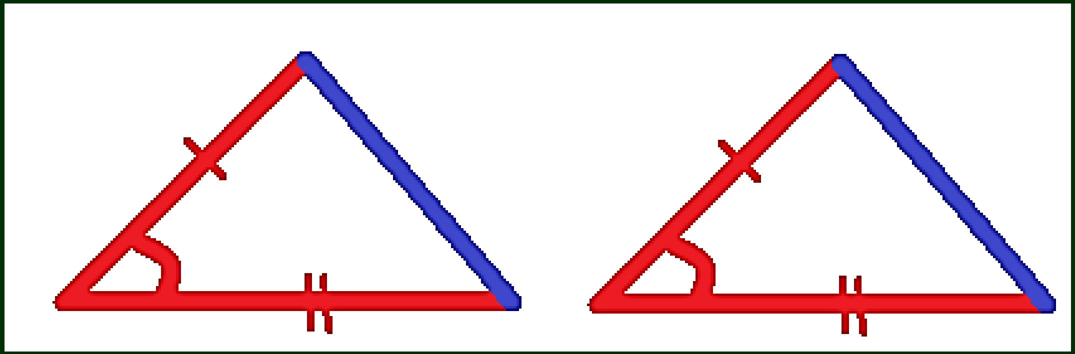
$\angle A, \angle B$ – кути при основі



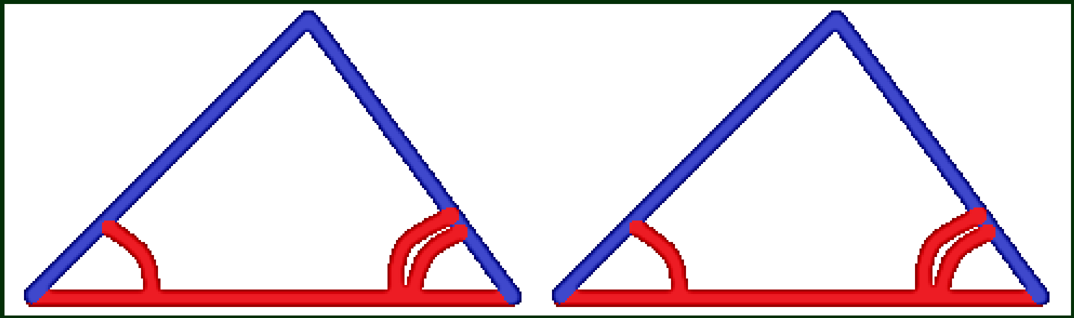
$\boldsymbol{\Delta}\mathrm{C}\boldsymbol{BN}$ – рівносторонній,

$\mathrm{C}\boldsymbol{B} = \mathrm{B}\boldsymbol{N} = \mathrm{C}\boldsymbol{N}$

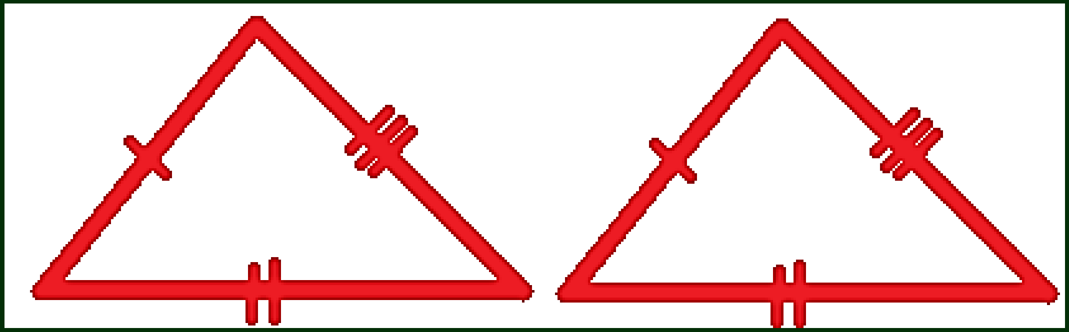
Повторення матеріалу



I ознака рівності трикутників:
за двома сторонами
і кутом між ними

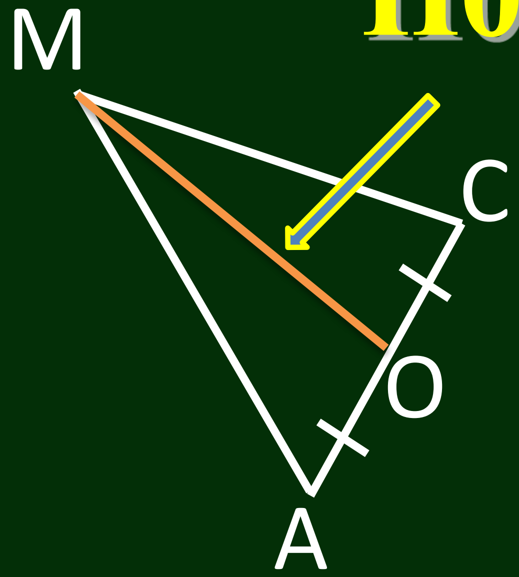


II ознака рівності трикутників:
за стороною і двома прилеглими до неї кутами



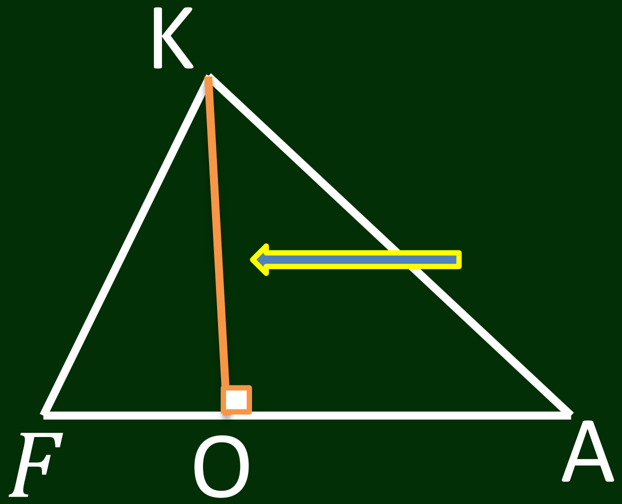
III ознака рівності трикутників:
за трьома сторонами

Повторення матеріалу



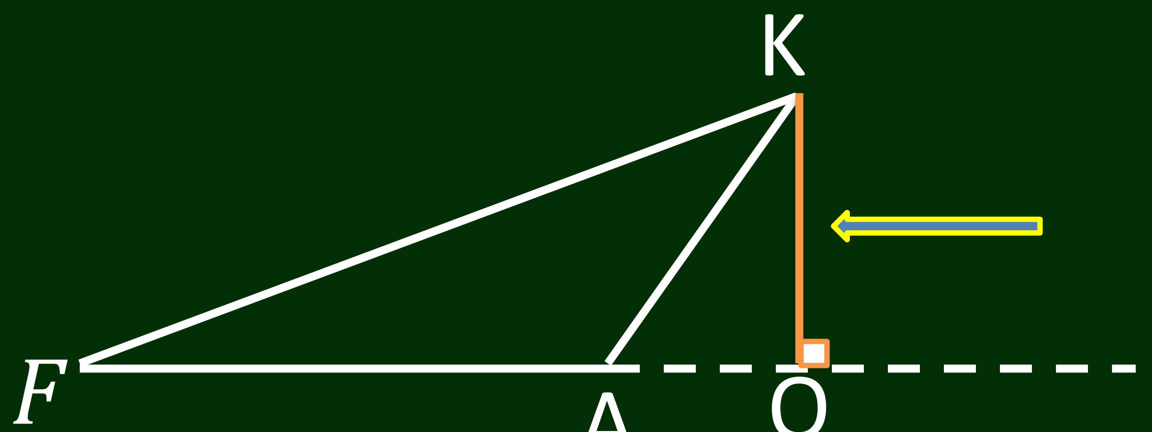
MO – медіана ΔMCA

O – середина сторони CA

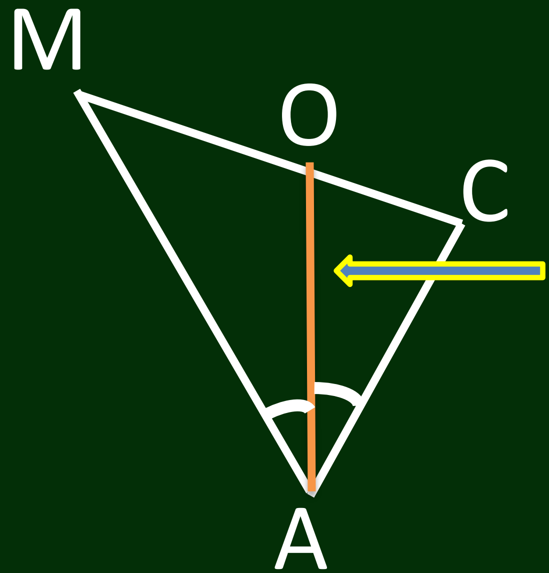


KO – висота ΔFKA

$KO \perp FA$

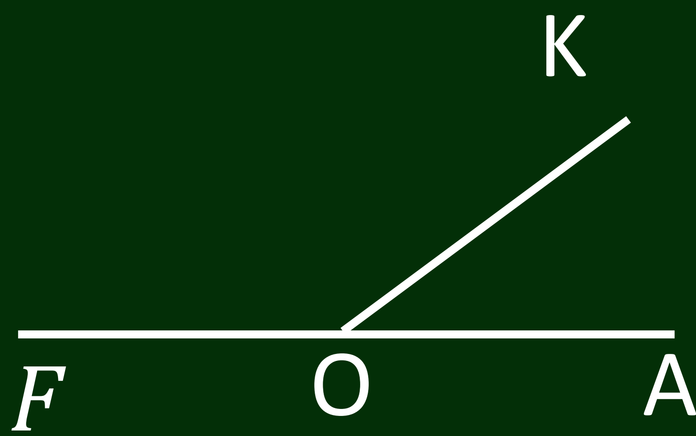


Повторення матеріалу



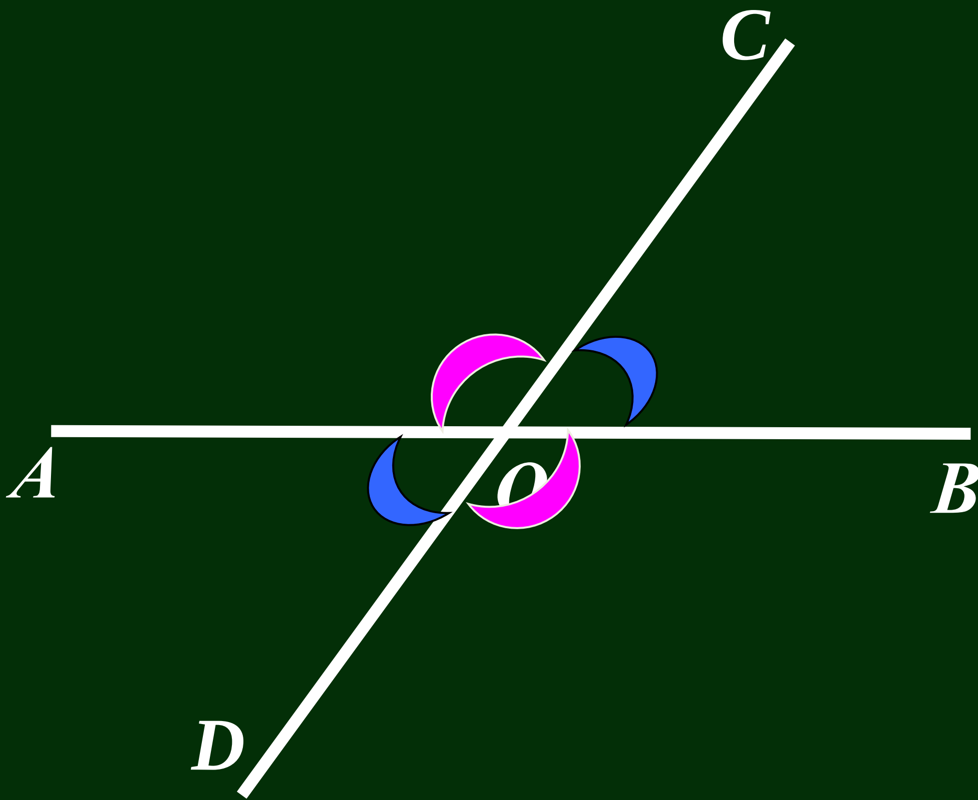
AO – бісектриса ΔMAC

$\angle \mathrm{MAO} = \angle \mathrm{CAO}$



$\angle \mathrm{FOK} + \angle \mathrm{KOA} = 180°$
(за властивістю суміжних кутів)

Повторення матеріалу

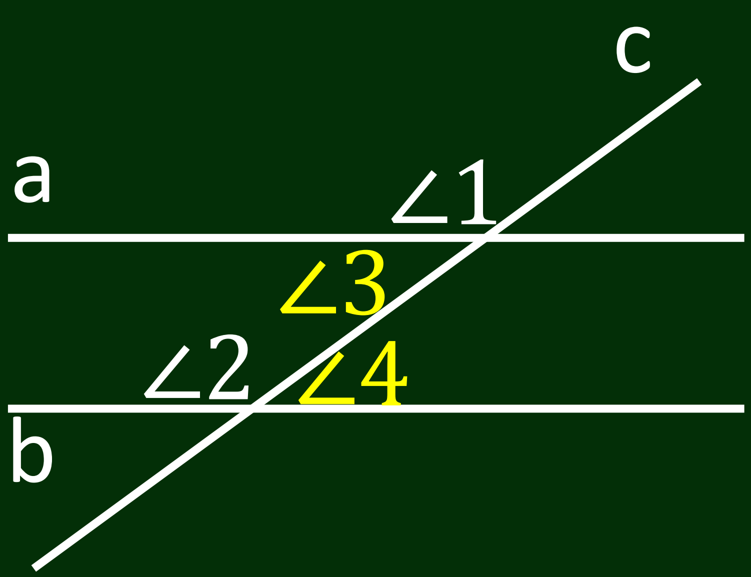


$\angle AOD = \angle BOC$

$\angle AOC = \angle BOD$

за властивістю вертикальних кутів

Повторення матеріалу



$\angle \mathbf{1} = \angle \mathbf{2}$

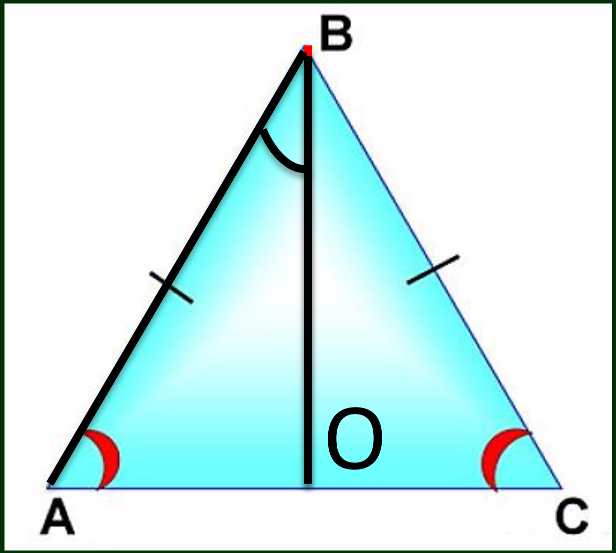
(за властивістю відповідних кутів при a‖b та січній c)

$$\angle \mathbf{4} = \angle \mathbf{3}$$

(за властивістю внутрішніх різносторонніх кутів при a‖b та січній c)

$\angle \mathbf{3} + \angle \mathbf{2} = \mathbf{180}°$ (за властивістю внутрішніх односторонніх кутів при a‖b та січній c)

ЗАДАЧА



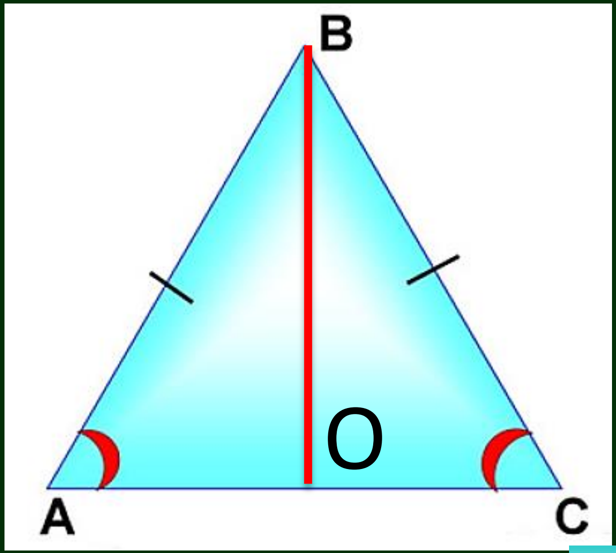
Дано: ΔABC – рівнобедрений,
AC – основа,
BO – бісектриса ΔABC .

Довести:
1)BO – медіана;
2)BO – висота;
3) $\angle A = \angle C$.

Доведення:

1) З ΔABO і ΔCBO:
AB = BC (так як ΔABC – рівнобедрений),
BO – спільна сторона,
$\angle ABO = \angle CBO$ (так як BO – бісектриса ΔABC).
Отже, $\Delta ABO = \Delta CBO$ за І ознакою рівності трикутників (за двома сторонами і кутом між ними) і AO=OC, тобто BO – медіана ΔABC.

ЗАДАЧА



Дано: ΔABC – рівнобедрений,
AC – основа,
BO – бісектриса ΔABC .

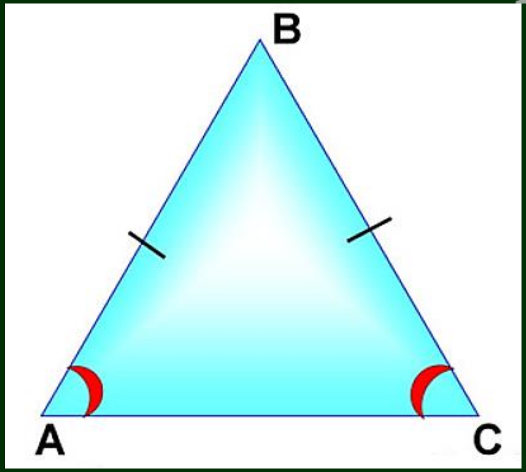
Довести: 1)BO – медіана;
2)BO – висота;
3) ∠A = ∠C.

Доведення:

2) Так як $\Delta ABO = \Delta CBO$, то ∠AOB = ∠COB.
∠AOB + ∠COB = 180° (за властивістю суміжних кутів)
Отже, ∠AOB = ∠COB= 90° і BO – висота ΔABC.

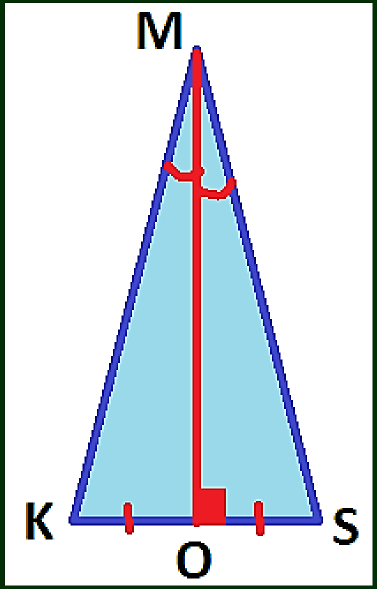
3) Так як $\Delta ABO = \Delta CBO$, то ∠A = ∠C.

Властивості рівнобедреного трикутника



1) В рівнобедреному трикутнику кути при основі рівні.

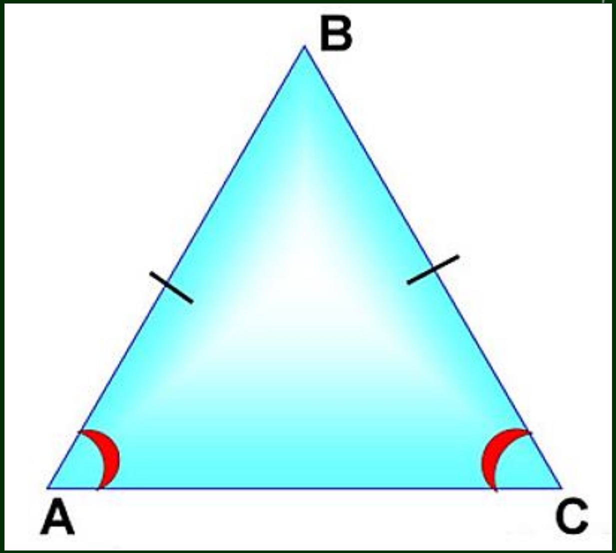
$$\angle A = \angle C$$



2) Бісектриса рівнобедреного трикутника, яка проведена до основи, є медіаною і висотою.

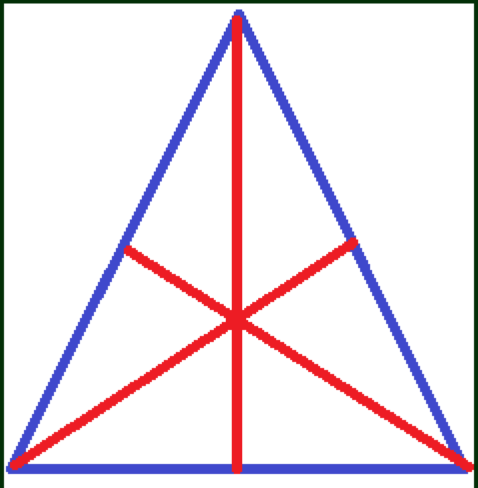
В рівнобедреному трикутнику медіана, бісектриса і висота, проведені до основи, збігаються!

Наслідки з властивостей:



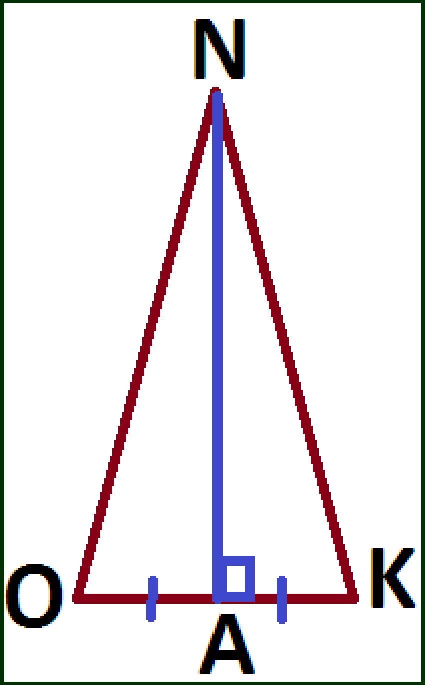
1) у трикутнику проти рівних сторін лежать рівні кути;

2) у рівносторонньому трикутнику всі кути рівні між собою і дорівнюють $60°$;



3) у рівносторонньому трикутнику медіана, бісектриса і висота, які проведені з однієї вершини, рівні між собою.

ЗАДАЧА



Дано: ΔONK, NA − медіана, NA − висота.

Довести: ΔONK − рівнобедрений

Доведення:

З ΔONA і ΔKNA:

$\angle OAN = \angle KAN = 90°$

(NA − висота ΔONK),

AO = AK (NA − медіана)

AN −спільна сторона,

Отже, $\Delta ONA = \Delta KNA$ за I ознакою рівності трикутників (за двома сторонами і кутом між ними), тоді ON=KN, тобто ΔONK − рівнобедрений.

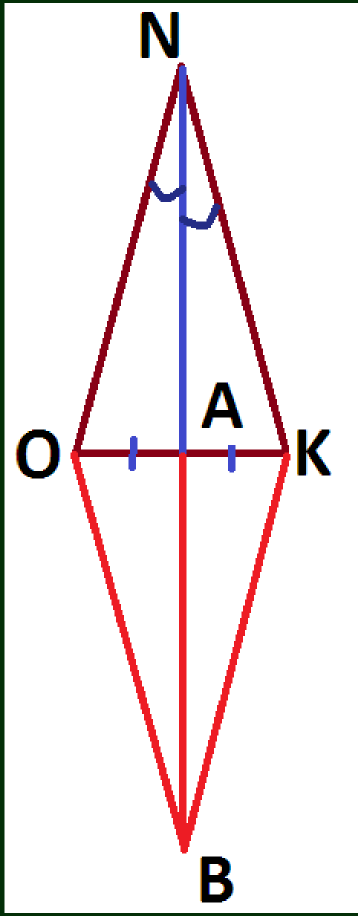
Ознаки рівнобедреного трикутника:

- ✓ якщо в трикутнику два кути рівні, то він рівнобедрений;
- ✓ якщо в трикутнику медіана є його висотою, то він рівнобедрений;
- ✓ якщо в трикутнику бісектриса є висотою, то він рівнобедрений;
- ✓ якщо в трикутнику бісектриса є медіаною, то він рівнобедрений.

Ознака рівностороннього трикутника:

- ✓ якщо в трикутнику всі кути однакові або в рівнобедреному хоча б один кут дорівнює 60°, то він рівносторонній;

Ознаки рівнобедреного трикутника:



Дано: ΔONK, NA – медіана, NA – бісектриса.

Довести: ΔONK – рівнобедрений

Доведення:

1) Виконаємо додаткову побудову. Продовжуємо NA так, що NA=AB.

2)З ΔOBA і ΔKNA:

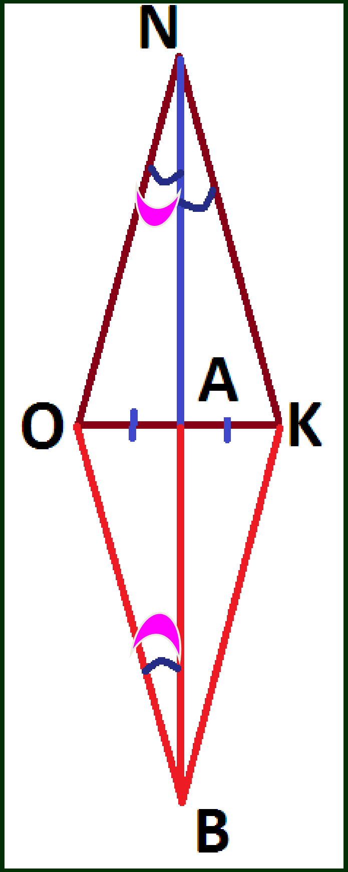
$\angle OAB = \angle KAN$ (за властивістю вертикальних кутів,

$AO = AK$ (NA – медіана)

AN=AB (за побудовою).

Отже, $\Delta OBA = \Delta KNA$ за І ознакою рівності трикутників (за двома сторонами і кутом між ними).

Ознаки рівнобедреного трикутника:



3) $\Delta OBA = \Delta KNA$, тоді

OB=KN,

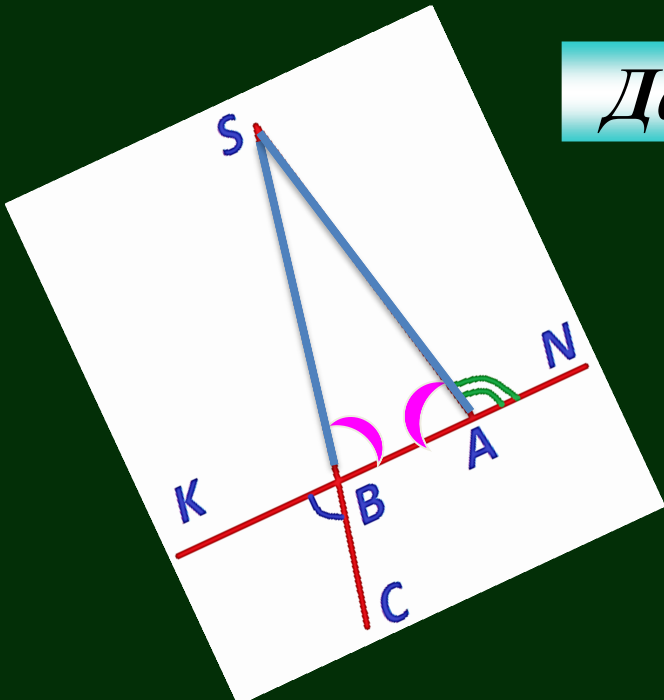
$\angle \mathrm{OBA} = \angle \mathrm{KNA} = \angle \mathrm{ONA}$

$\angle \mathrm{OBA} = \angle \mathrm{ONA}$

і ΔOBN − рівнобедрений (за ознакою рівнобедреного трикутника), OB=ON.

4) OB=ON і OB=NK, отже, ON=NK і ΔONK − рівнобедрений (за визначенням).

Розв'язування задач



Дано: $\angle KBC = 65°, \angle SAN = 115°$,
$P_{BSA} = 54$ см, BA=14 см.

Знайти: SA

Розв'язання:

1) $\angle KBC = \angle SBA = 65°$ *(за властивістю вертикальних кутів);*

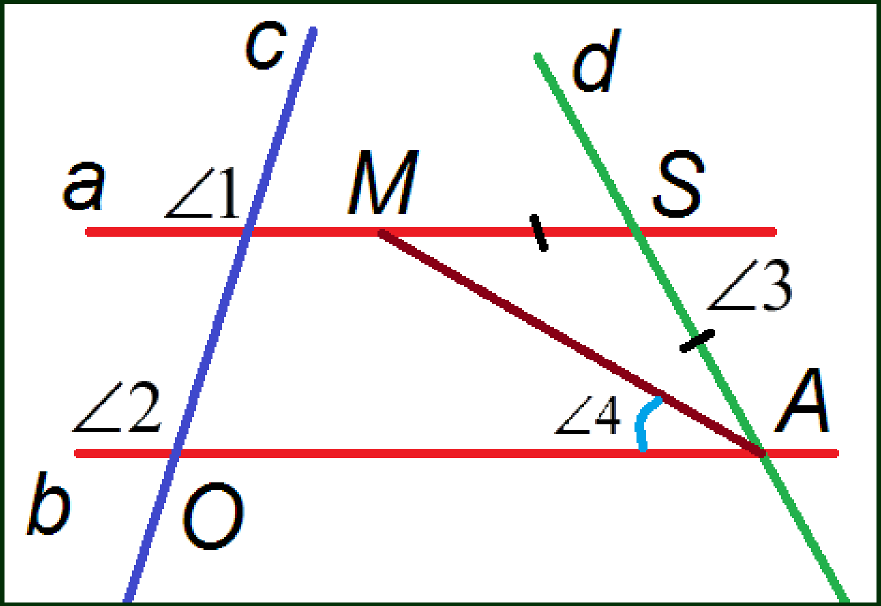
2) $\angle SAB + \angle SAN = 180°$ *(за властивістю суміжних кутів);*
$\angle SAB = 180° - \angle SAN = 180° - 115° = 65°$;

3) $\angle SBA = \angle SAB = 65°$ *і* ΔBSA – рівнобедрений (за ознакою), SB=SA.

4) $P_{BSA} = SB + SA + BA = 54$ см, SB=SA=(54−14):2=20 (см).

Відповідь: **20 см.**

Розв’язування задач



Дано: MS=SA

$\angle 1 = 116°, \angle 2 = 116°$,

$\angle 3 = 58°$.

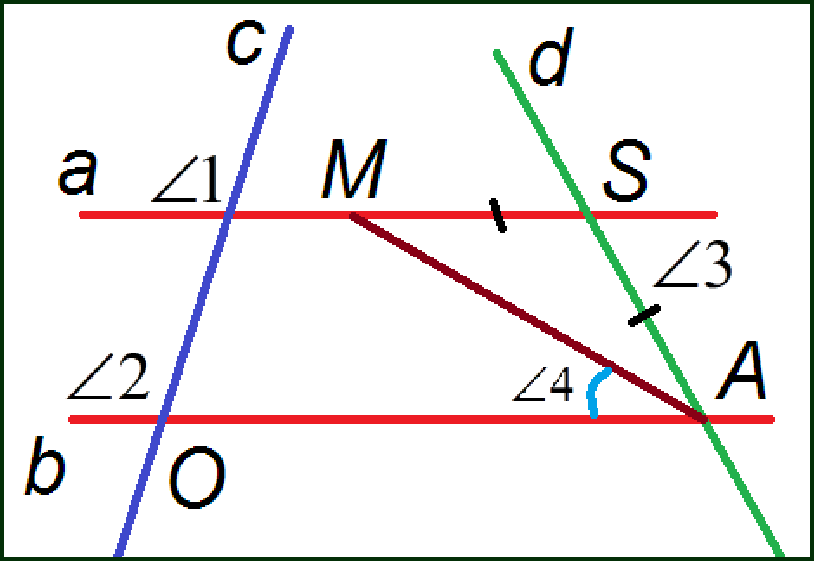
Знайти: $\angle 4$.

Розв’язання:

1) Так як $\angle 1 = \angle 2 = 116°$ - відповідні кути при прямих a і b та січній c, то a ІІ b (за ознакою паралельності прямих);

2) $\angle 3 = \angle SAO = 58°$ (за властивістю внутрішніх різносторонніх кутів при прямих a ІІ b та січній d);

Розв'язування задач



Дано: $MS=SA$

$\angle 1 = 116°, \angle 2 = 116°$,

$\angle 3 = 58°$.

Знайти: $\angle 4$.

Розв'язання:

3) ΔMSA – рівнобедрений, то $\angle SMA = \angle SAM$ (за властивістю кутів рівнобедреного трикутника);

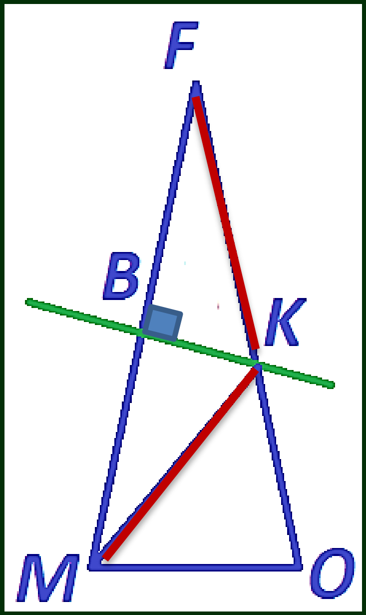
$\angle SMA = \angle 4$ – за властивістю внутрішніх різносторонніх кутів при a II b та січній MA.

Отже, $\angle SAM = \angle 4$ і AM – бісектриса $\angle SAO$;

4) $\angle 4 = \angle SAO:2 = 58°:2 = 29°$.

Відповідь: $29°$.

Розв'язування задач



Дано: ΔMFO – рівнобедрений,

KB – серединний перпендикуляр до сторони MF,

$P_{MKO} = 52$ см, MF=36 см.

Знайти: MO.

Розв'язання:

1) B – середина MF, то KB – *медіана* ΔMFK;
2) KB$\perp$ MF, то KB – *висота* ΔMFK;
3) ΔMFK - рівнобедрений (за ознакою) і $MK = FK$;

4) $P_{MKO} = \mathrm{MK} + \mathrm{KO} + \mathrm{MO} = \mathrm{FK} + \mathrm{KO} + \mathrm{MO} = \mathrm{FO} + \mathrm{MO} =$
$= \mathrm{FM} + \mathrm{MO} = 52$ см, отже, $\mathrm{MO} = 52 - \mathrm{FM} = 52 - 36 =$
$= 16$ (см).

Відповідь: 16 см.

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!

БАЖАЮ УСПІХІВ!